

ГЛАВА 3

Задачи анализа данных магнитной энцефалографии

*М. Н. Устинин, С. А. Махортых, А. М. Молчанов, М. М. Ольшиевец,
А. Н. Панкратов, Н. М. Панкратова, В. И. Сухарев, В. В. Сычев*

3.1. Введение

Магнитная энцефалография (МЭГ) — быстро развивающаяся область экспериментального изучения высшей нервной деятельности человека, функциональных областей мозга и диагностики различных патологий. Причиной этого является возможность неинвазивного получения данных о процессах, происходящих как в коре головного мозга, так и в глубоких его отделах.

Сложности использования предлагаемых здесь подходов до последнего времени были связаны с чрезвычайной слабостью как спонтанных, так и вызванных магнитных полей, возбуждаемых токовыми источниками в мозге. Соответственно очень высокие требования предъявляются к используемой измерительной аппаратуре. Общее представление о характерных относительных величинах полей дает таблица 3.1.

Несмотря на возникающие технические трудности и высокую стоимость необходимого экспериментального оборудования, использование данного подхода как дополнения или альтернативы электрической энцефалографии оправдано следующим обстоятельством. Магнитное поле в сравнении с электрическим испытывает значительно меньшие искажения на внутричерепных неоднородностях и покрывающих тканях, что существенно повышает точность локализации источников и снижает требования к знанию структуры внутричерепной среды. Перечисленные факторы позволяют существенно повысить точность решения задачи картирования функциональных областей мозга (см. рис. 3.1). Используемые в настоящей работе исходные экспериментальные данные получены с помощью 148-канального измерительного стенда Magnes 2500 WH в Медицинской шко-

Таблица 1.

Напряженность магнитного поля	Источник
10^{11}	
10^{10}	Постоянное магнитное поле Земли
10^9	
10^8	Городской фон
10^7	
10^6	Легкие
10^5	Пищеварительная система
10^4	Кардиограмма
10^3	Эпилептическая и спонтанная активность
10^2	Кортикальная вызванная активность
10	SQUID шум
1	Вызванная активность клеток ствола головного мозга

ле Нью-Йоркского университета. Датчики представляют собой высокочувствительные измерители магнитного поля на основе квантовых интерферометров, погруженные в дьюар с жидким гелием. Вся установка и пациент размещаются в магнитоизолированном помещении. Схема экспериментальной установки представлена на Рис. VIII (см. раздел «Цветные иллюстрации»).

Основное внимание в настоящей главе будет уделяться задаче локализации источников патологического сигнала, связанного с рядом распространенных заболеваний (болезни Паркинсона и ее разновидностей). Измеряемый сигнал представляет собой пространственно-временную структуру: 148-мерный вектор измерений в 148 точках на поверхности головы, развернутый во временной ряд с частотой опроса датчиков 500 Гц.

Вся работа по анализу получаемых данных может быть разбита на следующие этапы:

1. Выделение полезного сигнала, связанного с конкретным видом деятельности мозга (например, сигнала, вызванного подачей периодического стимула — слухового, визуального, осязательного и т. д.; сигнала, связанного с генерацией тремора или слуховых галлюцинаций при паркинсонизме).

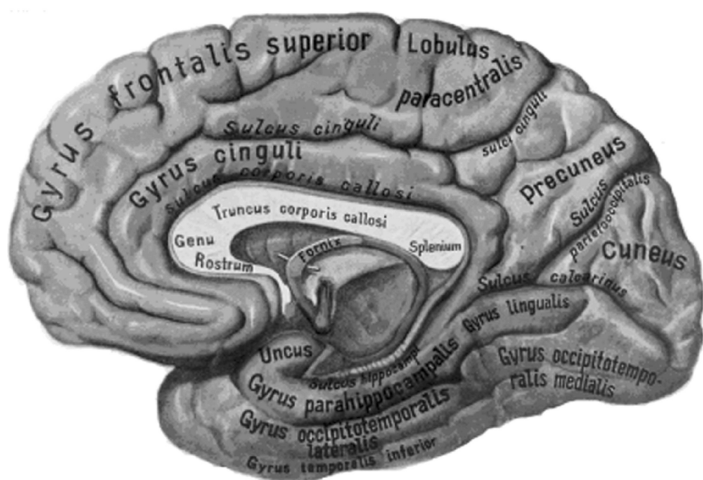


Рис. 3.1. Одна из основных задач магнитной энцефалографии состоит в функциональной классификации анатомических областей мозга

2. Выбор моментов времени для решения обратной задачи локализации токовых источников по пространственной картине поля на поверхности головы в эти моменты времени.
3. Решение обратной задачи локализации источников как при наличии патологии, так и в случае нормальной активности. Прямой учет физиологических ограничений, получаемых с помощью ЯМР-томографии.

По адресу [1] представлен демонстрационный ролик по результатам обработки эксперимента, связанного со слуховой стимуляцией здорового пациента сигналом частотой 7 Гц. Известно, что при этом возбуждаются области в слуховой коре, расположенные в височных частях мозга. Области возбуждения являются достаточно компактными, в силу чего источники могут моделироваться токовыми диполями. Так как каждому уху соответствует своя область возбуждения, получаем ситуацию с двумя токовыми диполями.

Решение обратной задачи представлено для каждого момента времени в виде двух токовых диполей с переменными моментами, основ-

ную часть времени находящихся в слуховой коре. Изредка источники, оптимально приближающие поле на поверхности головы, попадают в более глубокие области мозга и связаны, по-видимому, с таламической активностью.

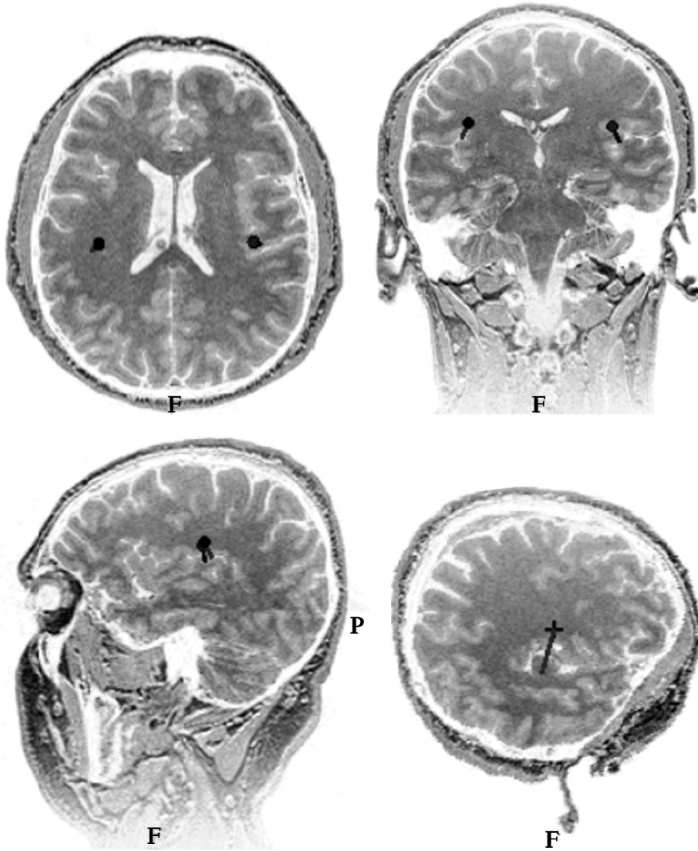


Рис. 3.2. Сечения ЯМР-томограммы головного мозга с локализованным источником магнитной активности

На рис. 3.2 представлены три взаимно перпендикулярных сечения ЯМР-томограммы, проходящие через один из источников. В четвертом окне

показано сечение, перпендикулярное радиусу-вектору того же источника. Кружками в тех же окнах отмечены местоположения диполей, а цветом — величина их моментов, меняющаяся от максимального (черный кружок) до нулевого (белый кружок). Отрезок, выходящий из кружка, указывает направление момента диполя.

На рис. IX (см. раздел «Цветные иллюстрации») представлено распределение величины магнитной индукции на поверхности головы в пределах измерительного шлема. Разным цветом показаны различные величины поля, при этом положительные значения потока магнитной индукции (силовые линии выходят наружу) и отрицательные значения соответствуют красным и синим частям спектра. На левой части рисунка приводятся экспериментальные данные, на правой — результат расчета для локализованного источника.

Для ускорения расчетов реализовано распараллеливание вычислительных процедур по каналам (от нескольких параллельных процессов до 128), при этом отбираются наиболее информативные каналы. Вычислительная сложность задачи связана с большими объемами данных (один эксперимент — около 350 МБ) и сложностью реализации оптимизационной процедуры в многомерном пространстве параметров. Использование мощных параллельных ЭВМ является единственно возможным для решения обратных задач с распределенным трехмерным источником. Ряд расчетов выполнен в Межведомственном суперкомпьютерном центре (Москва) и Объединенном центре биоинформатики (Пушино).

3.2. Моделирование биомагнитной активности мозга

Далее будем следовать синергетическому подходу к моделированию сложных систем, впервые сформулированному Г. Хакеном [2].

Рассмотрим систему, состояния которой могут быть охарактеризованы набором величин $q_j(t)$. Тогда эволюция \vec{q} со временем, т. е. динамика системы, определяется дифференциальными уравнениями вида

$$\frac{d\vec{q}}{dt} = \vec{N}(\vec{q}, \alpha) + \vec{F}(t), \quad (1)$$

где \vec{N} — детерминистическая часть, а $\vec{F}(t)$ — флуктуирующие силы, α — параметры. В отсутствии флуктуирующих сил, при заданных начальном состоянии системы и параметрах α , будущее \vec{q} определено однозначно и

со временем \vec{q} стремится выйти на аттрактор, т. е. в неподвижную точку, на предельный цикл, когда система совершает незатухающие колебания, или на более сложные аттракторы, известные под названием хаотических аттракторов. При наличии $\vec{F}(t)$ система может перейти из одного аттрактора в другой.

В дальнейшем будем игнорировать роль флуктуаций. Предположим, имеется система, принимающая сигналы — какие нам сейчас не важно. Исходное состояние системы обозначим \vec{q}_0 . После того как сигнал системой получен, возможны два случая. В течение какого-то времени система выходит на один из своих возможных аттракторов. Если система остается в прежнем состоянии, то мы говорим о бессмысленности сигнала. В другом случае система переходит в новый аттрактор. Согласно Г. Хакену, приходящим сигналам можно приписать значения, определяющие *относительную значимость сигналов*. Таким образом, возникает ситуация, которая схематично показана на рис. 3.3.

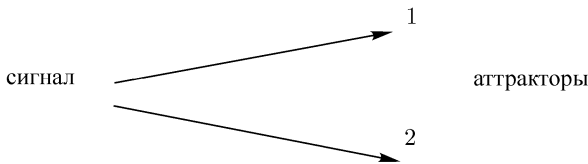


Рис. 3.3. Система посредством приходящего сигнала переходит к одному из своих аттракторов

Система, имеющая два (или больше) режима функционирования, между которыми возможны переходы, называется триггерной [3,4]. Существуют два способа переключения между этими режимами: специфический (так называемый силовой), когда мы переводим систему из области влияния одного режима в область влияния другого режима за счет внешнего воздействия, резко изменив значения переменных; более тонкий — неспецифический (параметрический), т. е. переключение происходит за счет изменения параметров системы.

Исходные экспериментальные данные (рис. X, см. раздел «Цветные иллюстрации»), для которых строилась модельная система-генератор, получены при изучении пациента с патологией *tinnitus* (слуховые галлюцинации).

Для сокращения объема данных и выделения признаков, несущих информацию об определенных сторонах деятельности мозга предлагается сле-

дующая процедура. На временных рядах фиксируются моменты резкого возрастания амплитуды сигналов в части каналов регистрации («выбросы»). В эти моменты обнаруживалось упрощение мгновенной картины магнитного поля, которая с хорошей точностью может быть описана одним эквивалентным токовым диполем. Для выделения моментов времени, в которые наблюдается аналогичное поведение сигнала строится следующая процедура. Рассмотрим магнитное поле, создаваемое токовым диполем амплитуды \mathbf{Q} , расположенным в точке \mathbf{r} в канале k . Величина поля может быть вычислена по известным формулам (см. следующий параграф). Пробный токовый диполь размещается в функционально определенной области коры головного мозга, после чего рассчитываются величины магнитного поля для всех каналов:

$$h(k) = f(k, \mathbf{Q}, \mathbf{r}), k = 1, \dots, 148. \quad (2)$$

Предлагается рассматривать функцию (2) в качестве базисной, налагая на нее следующие условия:

$$\sum_k h^2(k) = 1, \quad \sum_k h(k) = 0. \quad (3)$$

Экспериментальный массив МЭГ $H(k, t)$ проектируется на построенную функцию h :

$$f(t) = \sum_k h(k)H(k, t). \quad (4)$$

Соблюдение условий (3) позволяет интерпретировать функцию (4) как мгновенную амплитуду пробного токового диполя, расположенного в заданном месте, — модельного измерительного прибора, интегрирующего информацию, получаемую всеми каналами в данный момент времени. Полученная функция также обнаруживает резкие возрастания амплитуды и частоты в случайные моменты времени (рис. 3.4). Таким образом, рассматриваемая система может находиться в двух состояниях — с разными амплитудами колебаний.

Для того чтобы получить более полное представление о поведении динамической системы фазовое пространство реконструируется с помощью метода задержки по времени [5, 6]. Для этого временной ряд $x(t + \delta t)$

считается в качестве новой переменной, дополнительной к имеющейся $x(t)$; так же далее с $x(t + 2\delta t)$ и для системы 3-го порядка строится фазовое пространство в переменных $X = x(t)$, $Y = x(t + \delta t)$, $Z = x(t + 2\delta t)$. Реконструкция фазового пространства для рассматриваемого сигнала представлена на рис. 3.5. Объем фазового пространства, занимаемого аттрактором в режиме I, существенно меньше, чем в режиме II.

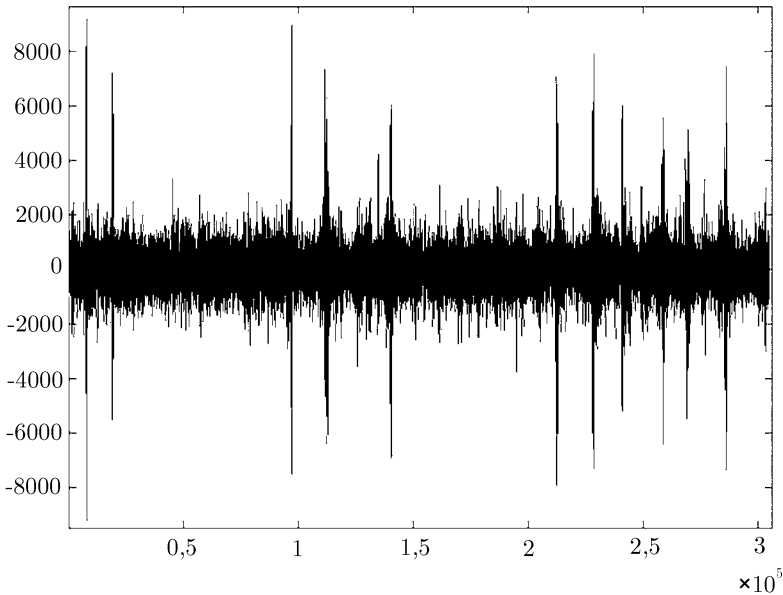


Рис. 3.4. Функция (3), рассчитанная для пациента с патологией tinnitus

Для реализации переходов между режимами активности предложена модель переключателя в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\nu}{dt} &= F(x, t)\nu(1 - \nu) \\ \frac{dx}{dt} &= \nu A(x, t) + (1 - \nu)B(x, t) \end{aligned} \quad (5)$$

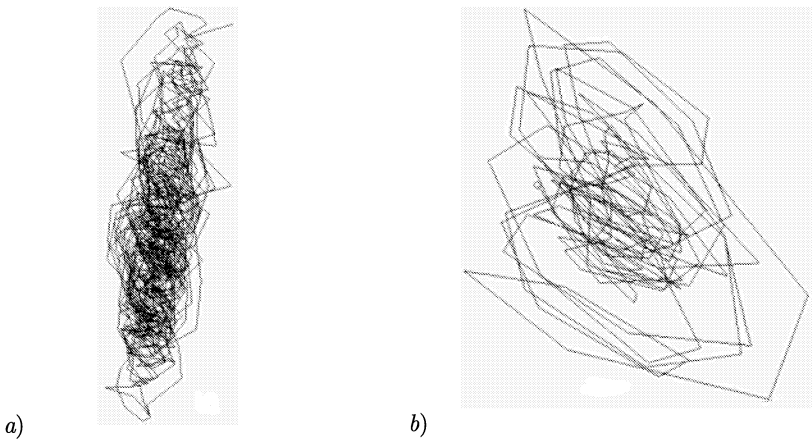


Рис. 3.5. а) Аттрактор, соответствующий режиму I на рис. 3.4; б) аттрактор, соответствующий режиму II на рис. 3.4

где ν — переменная, отвечающая за переключение; x — сигнал, который изменяется по закону $A(x, t)$, если $\nu = 1$ или по закону $B(x, t)$, если $\nu = 0$. Переменная ν в первом уравнении имеет два состояния равновесия: 0 и 1. Устойчивость этих стационарных точек зависит от знака функции $F(x, t)$. В качестве $F(x, t)$ выбирается знакопеременная, периодическая функция, а это значит, что устойчивость точек 0 и 1 будет периодически изменяться.

В нормальном состоянии поведение системы, описывающей магнитную активность мозга, можно считать хаотичным. Способностью выходить на хаотичный режим обладают динамические системы, размерность которых больше двух. Для моделирования сигналов, имеющих качественное сходство с временным рядом МЭГ, используется система 3-го порядка — так называемый простой генератор шума [7]:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 2hx + y - gz \\ \frac{dy}{dt} &= -x \\ \sigma \frac{dz}{dt} &= x - f(z) \end{aligned} \tag{6}$$

$\sigma \ll 1$. Здесь h -инкремент нарастания колебаний в контуре в отсутствие туннельного диода; g -параметр, определяющий степень влияния туннельного диода на процессы в контуре; σ -малый параметр, пропорциональный емкости туннельного диода; $f(z)$ — нормированная характеристика диода (рис. 3.6).

Для вычислений можно воспользоваться кусочно-линейной аппроксимацией $f(z)$:

$$f(z) = \begin{cases} \alpha^{-1}z, & z < \alpha \\ \frac{(1 - \alpha - z)}{1 - 2\alpha}, & \alpha < z < (1 - \alpha) \\ \frac{(z - 1 + \alpha)}{\alpha} & (1 - \alpha) < z \end{cases} \quad (7)$$

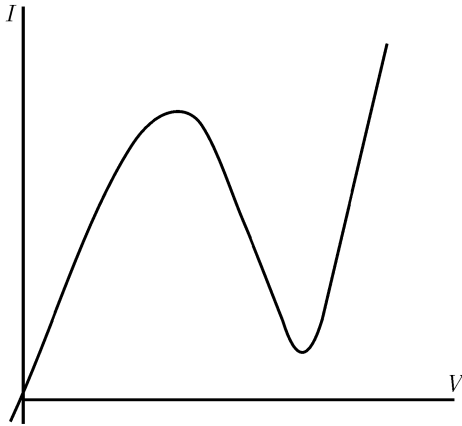


Рис. 3.6. Вольт-амперная характеристика туннельного диода

Области повышенной спонтанной кратковременной активности описываются автогенератором Ван-дер-Поля, который используют при моделировании различных патологий активности с четкими квазигармоническими колебаниями. Для качественного описания нормальной работы мозга также был использован генератор шума. Таким образом, мы можем добиться переключения между двумя режимами системы, включая и выключая туннельный диод. Физические уравнения, соответствующие генерато-

ру шума и генератору Ван-дер-Поля записаны ниже — (соответственно (8) и (9)):

$$\begin{aligned} LC &= \frac{dI}{dt} = (MS - RC)I + C(U - V) \\ C \frac{dU}{dt} &= -I \\ C_1 \frac{dV}{dt} &= I - I_{\text{тд}}(V) \end{aligned} \quad (8)$$

C_1 — емкость туннельного диода, S — крутизна характеристики лампы, M — взаимная индуктивность. При рассмотрении работы генератора шума характеристику лампы будем считать линейной, т. к. в интересующем нас режиме колебания ограничиваются нелинейной характеристикой туннельного диода $I_{\text{тд}}$ на таком уровне, когда нелинейность лампы не сказывается.

$$LC \frac{d^2U}{dt^2} - (MS(U) - RC) \frac{dU}{dt} + U = 0 \quad (9)$$

На рис. 3.7, 3.8 приводятся результаты расчетов, которые проводились с помощью программы TRAX.

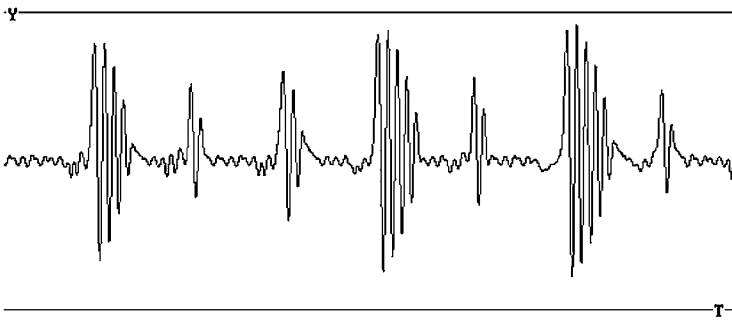


Рис. 3.7. По ведение во времени решения модельной системы уравнений

Несмотря на периодичность переключения, смена режимов наблюдается нерегулярно и с разной амплитудой, но переключение все же происходит — его нечетко видно. Это может быть объяснено различными начальными условиями, в которых находится система в моменты переключения.

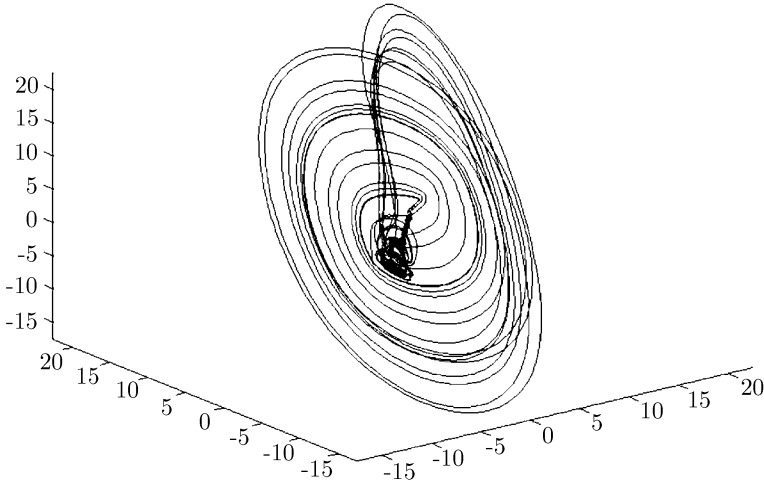


Рис. 3.8. Аттрактор модельной системы

3.3. Решение прямых и обратных задач магнитной энцефалографии

Для решения задач анализа записей магнитных энцефалограмм и локализации источников нормальной и патологической активности мозга разработан комплекс алгоритмов, объединенных в интегрированный пакет MRIAN.

В качестве исходных моделей источников рассматривались случаи точечных токовых диполей. При этом возбуждаемое ими поле записывается в виде

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi F^2} (F\mathbf{Q} \times \mathbf{r}_0 - \mathbf{Q} \times \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{r} \nabla F) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} F &= a(ra + r^2 - \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{r}), \quad \mathbf{a} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0, \quad a = |\mathbf{a}|, \quad r = |\mathbf{r}|, \\ \nabla F &= (r^{-1}a^2 + a^{-1}\mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + 2a + 2r)\mathbf{r} - (a + 2r + a^{-1}\mathbf{a} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}_0, \end{aligned}$$

где \mathbf{r}_0 — радиус-вектор диполя, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$. Токовый диполь представляется функцией плотности тока в виде

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{Q}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (11)$$

где $\delta(\mathbf{r})$ — функция Дирака.

Магнитная индукция при этом зависит линейно от величины момента Q и нелинейно от положения источника. Можно переписать для величины магнитного потока через поперечную площадь катушки индуктивности (показания, получаемые в эксперименте):

$$B = (\mathbf{K}, \mathbf{Q}), \quad (12)$$

где $\mathbf{K} = \frac{\mu_0}{4\pi F^2}(F(\mathbf{r}_0 \times \mathbf{n}) - \mathbf{Q} \times \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{r}(\nabla F, \mathbf{n})(\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}))$. При этом заметим, что $\mathbf{K} \perp \mathbf{r}_0$.

3.3.1. Решение обратной задачи

Если известны приближенные положение и направление токового диполя, в этом случае, используя выражения (9)–(11) можно вычислить величину магнитного поля на всей поверхности головы. Меру точности оценки в этом случае можно определить так:

$$G = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N w_i (B_1 - B_1^0)^2}{\sum_{i=1}^N w_i (B_1^0)^2}. \quad (13)$$

Здесь B_i^0 — теоретическая оценка, B_i — измеренные значения, w_i — вес измерительного канала, N — число каналов. Функция невязки записывается в виде

$$f = \sum_{i=1}^N w_i (B_1 - B_1^0)^2. \quad (14)$$

Обратная задача магнитной энцефалографии состоит в нахождении искоемых параметров \mathbf{r}_0 и \mathbf{Q} , минимизирующих функцию невязки. Местоположение диполя может быть найдено с использованием стандартных математических процедур минимизации функции нескольких переменных (использовался метод Нельдера–Мида). Если положение диполя найдено, то принимая во внимание линейность зависимости поля от момента, последний может быть найден на основе стандартных процедур решения линейных систем арифметических уравнений.

3.3.2. Процедура подгонки момента

Пусть положение источника \mathbf{r}_0 фиксировано, тогда

$$f = f(\mathbf{Q}) = \sum_{i=1}^N w_i (B_i(\mathbf{Q}) - B_i^0)^2 = \sum_{i=1}^N w_i ((\mathbf{K}_i, \mathbf{Q}) - B_i^0)^2 \rightarrow \min. \quad (15)$$

$$\mathbf{K}_i = (K_{ix}, K_{iy}, K_{iz}), \quad \mathbf{Q}_i = (Q_{ix}, Q_{iy}, Q_{iz})$$

$$\frac{\partial f}{\partial Q_x} = \frac{\partial f}{\partial Q_y} = \frac{\partial f}{\partial Q_z} = 0 [2pt]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N w_i ((\mathbf{K}_i, \mathbf{Q}) - B_i^0)^2 K_{ix} = 0 \\ \sum_{i=1}^N w_i ((\mathbf{K}_i, \mathbf{Q}) - B_i^0)^2 K_{iy} = 0 \\ \sum_{i=1}^N w_i ((\mathbf{K}_i, \mathbf{Q}) - B_i^0)^2 K_{iz} = 0 \end{array} \right.$$

Или в матричном виде $\mathbf{M}\mathbf{Q} = \mathbf{h}$, где

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N w_i K_{ix} K_{ix} & \sum_{i=1}^N w_i K_{ix} K_{iy} & \sum_{i=1}^N w_i K_{ix} K_{iz} \\ \sum_{i=1}^N w_i K_{iy} K_{ix} & \sum_{i=1}^N w_i K_{iy} K_{iy} & \sum_{i=1}^N w_i K_{iy} K_{iz} \\ \sum_{i=1}^N w_i K_{iz} K_{ix} & \sum_{i=1}^N w_i K_{iz} K_{iy} & \sum_{i=1}^N w_i K_{iz} K_{iz} \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N w_i K_{ix} B_i^0 \\ \sum_{i=1}^N w_i K_{iy} B_i^0 \\ \sum_{i=1}^N w_i K_{iz} B_i^0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Матрица \mathbf{M} является симметричной, но $\det \mathbf{M} = 0$ и $\text{rank } \mathbf{M} = 2$ вследствие того, что $K \perp r_0$ для $\forall i = 1, N$ и $\mathbf{M}\mathbf{r}_0 = 0$. Для решения этой проблемы необходимо использовать дополнительное условие $(\mathbf{r}_0, \mathbf{Q}) = 0$, которое обуславливает некорректность задачи — определение источника с точно-

стью до произвольной радиальной составляющей. Таким образом, имеем матрицу \mathbf{M} и вектор \mathbf{h} в виде

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N w_i K_{ix} K_{ix} & \sum_{i=1}^N w_i K_{ix} K_{iy} & \sum_{i=1}^N w_i K_{ix} K_{iz} \\ \sum_{i=1}^N w_i K_{iy} K_{ix} & \sum_{i=1}^N w_i K_{iy} K_{iy} & \sum_{i=1}^N w_i K_{iy} K_{iz} \\ r_{0x} & r_{0y} & r_{0z} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N w_i K_{ix} B_i^0 \\ \sum_{i=1}^N w_i K_{iy} B_i^0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Вектор \mathbf{Q} является решением системы линейных уравнений $\mathbf{MQ} = \mathbf{h}$. В случае произвольного числа источников N_d , величины моментов находятся решением аналогичной системы из $3N_d$ линейных уравнений. В случае распределенных источников задается сетка токовых диполей $k \times l \times m$ с переменным моментом в узлах сетки, размерность системы при этом $3klm$. Решать ее можно на параллельных ЭВМ итерационными методами Гаусса–Зейделя или более общими методами класса последовательных верхних релаксаций (ПВР) [8].

3.3.3. Подгонка амплитуды диполя

Пусть положение и направление момента диполя известны, тогда

$$f = f(s) = \sum_{i=1}^N w_i (B_i(s) - B_i^0)^2 = \sum_{i=1}^N w_i ((\mathbf{K}_i, s\mathbf{q}) - B_i^0)^2 \rightarrow \min \quad (19)$$

$$\frac{df}{ds} = 0$$

$$\sum_{i=1}^N w_i ((\mathbf{K}_i, s\mathbf{q}) - B_i^0) (\mathbf{K}_i, s\mathbf{q}) = 0$$

$$\left(\sum_{i=1}^N w_i (\mathbf{K}_i, \mathbf{q})^2 \right) s = \sum_{i=1}^N w_i (\mathbf{K}_i, \mathbf{q}) B_i^0$$

$$s = \frac{\sum_{i=1}^N w_i (\mathbf{K}_i, \mathbf{q}) B_i^0}{\sum_{i=1}^N w_i (\mathbf{K}_i, \mathbf{q})^2}$$

В случае произвольного числа источников N_d , величины моментов находятся решением аналогичной системы из N_d линейных уравнений.

3.4. Исследование динамических характеристик данных МЭГ

Задача построения адекватных моделей сложных (в том числе биологических) систем существенно облегчается, если использовать результаты предварительного изучения динамики наблюдаемых реализаций параметров систем. Получаемые в ходе такого исследования данные позволяют в ряде случаев определить примерный вид математической модели, ее размерность и иногда оценить значения ее параметров. Искомыми характеристиками в этом случае являются размерность аттрактора динамической системы, энтропия и показатели Ляпунова. Эффективность такого подхода существенно зависит от объема массива данных и уровня помех. В силу этого основной задачей данной работы являлось разработка адекватной методики обработки данных, позволяющей существенно повысить скорость расчетов (соответственно длину изучаемой выборки) и ее помехоустойчивость. Описание новых модификаций классических алгоритмов (Такенса–Грассбергера–Проккаччия и Вольфа) приводятся ниже.

Разработанные методы были использованы и протестированы при анализе динамических свойств сигналов, получаемых в ходе измерений электрофизиологической активности пищеварительного тракта человека, нейронной активности обонятельной системы моллюска *Limax Maximus* и временной изменчивости в записях магнитных энцефалограмм.

3.4.1. Вычисление корреляционной размерности сигнала

Разработанный метод является модификацией классического алгоритма (Такенса–Грассбергера–Проккаччия) для анализа длинных сигналов (до 10000 и более точек) с высоким уровнем помех.

Пусть имеется временной ряд экспериментальных данных, представляющий собой отсчеты некоторой физической величины: $\{x_k\}_{k=0}^{M-1}$. Номер точки k связан с временем выражением $t = k \cdot \Delta t$, где Δt — интервал времени между измерениями. Предполагается, что физическая величина x является выходным сигналом динамической системы, находящейся в стационарном режиме. По временному ряду требуется восстановить аттрактор системы, вложенный в фазовое пространство некоторой размерности.

Для этого используется классический метод временной задержки координат (метод Такенса): в n -мерном фазовом пространстве строится последовательность точек вида

$$X_k = (x_k, x_{k+\tau}, \dots, x_{k+(n-1)\tau}), \quad k = \overline{0, m-1}; \quad m = M - (n-1)\tau, \quad (20)$$

τ – временная задержка. Существует определенный произвол в выборе значения τ , требуется лишь линейная независимость координат фазовых точек,

т. е. если $\sum_{p=0}^{n-1} \alpha_p x_{k+p\tau} \equiv 0$, то требуется, чтобы $\alpha_p \equiv 0$. Далее предлагается способ оптимизации выбора величины τ . Общим критерием линейной независимости координат точки в фазовом пространстве системы является условие

$$\sum_{k=0}^{m-1} x_{k+p\tau} x_{k+q\tau} = 0, \quad \forall p \neq q; \quad 0 \leq p, q \leq n-1 \quad (21)$$

при этом предполагается, что $\bar{x} = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x_k = 0$. Если учесть, что

$$\sum_{k=0}^{m-1} x_{k+p\tau} x_{k+q\tau} \approx \sum_{k=0}^{m-1} x_k x_{k+|p-q|\tau} = B(|p-q|\tau), \quad (22)$$

тогда (21) справедливо, если точки $\tau, 2\tau, \dots, (n-1)\tau$ являются нулями автокорреляционной функции $B(t) = \sum_{k=0}^{m-1} x_k x_{k+t}$. Для сигналов с сильно периодическим содержанием или при $n = 2$ оптимальная временная задержка τ_{opt} выбирается равной первому пересечению графика автокорреляционной функции с осью абсцисс. В остальных случаях надо вычислять определитель Грама

$$G(\tau) = \begin{vmatrix} B(0) & B(\tau) & \dots & B((n-1)\tau) \\ B(\tau) & B(0) & \dots & B((n-2)\tau) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B((n-1)\tau) & B((n-2)\tau) & \dots & B(0) \end{vmatrix}, \quad \tau = \overline{1, \tau_{\max}}. \quad (23)$$

Для линейно зависимых координат фазовых точек $G = 0$, а для ортогональных – максимален: $G = B^n(0)$. Таким образом, критерий выбора оптимальной временной задержки можно записать в виде $\tau_{opt} = \arg \max_{1 \leq \tau \leq \tau_{\max}} G(\tau)$ – значение аргумента, при котором функция $G(\tau)$ принимает максимальное значение.

Использование полученного критерия требует достаточно больших

вычислительных затрат, поэтому наряду с ним предлагается более простое правило выбора τ . Рассматривается функция

$$F(\tau) = \min_{\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}} \sum_{k=0}^{m-1} \left(x_k + \sum_{p=1}^{n-1} \alpha_p x_{k+p\tau} \right)^2, \quad m = M-1 - (n-1)\tau \quad (24)$$

при значениях $\tau = \overline{1, \tau_{\max}}$. Оптимальная временная задержка τ_{opt} выбирается такой, что $F(\tau_{opt}) = \max_{1 \leq \tau \leq \tau_{\max}} F(\tau)$. Для линейно зависимых координат фазовых точек $F = 0$, а для ортогональных — принимает максимальное значение: $F = B(0)$. Для вычисления функции $F(\tau)$ необходимо знать параметры $\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$, минимизирующие выражение $\sum_{k=0}^{m-1} \left(x_k + \sum_{p=1}^{n-1} \alpha_p x_{k+p\tau} \right)^2$. Эти параметры получаются решением системы уравнений

$$\sum_{k=0}^{m-1} x_k x_{k+q\tau} + \sum_{p=1}^{n-1} \left(\alpha_p \sum_{k=1}^{m-1} x_{k+p\tau} x_{k+q\tau} \right) = 0, \quad q = \overline{1, n-1}, \quad (25)$$

которую можно представить в виде

$$\sum_{=1}^{n-1} \alpha_p B(|p-q|\tau) = -B(q\tau), \quad q = \overline{1, n-1}, \quad (26)$$

Эта система эффективно решается с помощью сходящегося за $n-1$ итерацию алгоритма Дарбина

$$\left. \begin{aligned} E(0) &= B(0), \\ k_p &= \frac{- \left(B(p\tau) + \sum_{q=1}^{p-1} \alpha_q^{(p-1)} B(|p-q|\tau) \right)}{E(p-1)} \\ \alpha_p^{(p)} &= k_p \\ \alpha_q^{(p)} &= \alpha_q^{(p-1)} + k_p \alpha_{p-q}^{(p-1)}, \quad q = \overline{1, p-1} \\ E(p) &= (1 - k_p^2) E(p-1) \end{aligned} \right\} p = \overline{1, n-1} \quad (27)$$

при этом полагаем $\alpha_q = \alpha_q^{(n-1)}$, $q = \overline{1, n-1}$

3.4.2. Алгоритм вычисления размерности аттрактора

1. Будем считать, что координаты точек аттрактора целочисленные и ограничены по модулю числом N_{\max} . Зададим расстояние ρ в фазовом пространстве в виде $\rho(X_i, X_j) = \max_{0 \leq p \leq n-1} |x_{i+pt} - x_{j+pt}|$. В рассматриваемом случае это расстояние может принимать только целые значения в диапазоне от 0 до $2N_{\max}$.

2. С учетом того, что корреляционная функция $C(r)$ вычисляется на сетке

$$0 < r_{\min} = r_0 < r_1 < \dots < r_{l-1} = r_{\max} \leq 2N_{\max}, \quad (28)$$

задаем вспомогательную функцию $L: \{0, \dots, r_{\max}\} \rightarrow \{0, \dots, l-1\}$ в виде

$$L(r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r \leq r_0, \\ k, & r_{k-1} < r < r_k. \end{cases} \quad (29)$$

3. На сетке значений r вычисляется функция

$$\Delta C(r_k) = \begin{cases} C(r_k), & k = 0, \\ C(r_k) - C(r_{k-1}), & k = 1, \dots, l-1. \end{cases} \quad (30)$$

Для этого один раз перебираются все пары точек X_i, X_j , для которых $j < i$. Полное число таких пар $m(m-1)/2$. Для каждой пары находится расстояние между точками $r = \rho(X_i, X_j)$. Таким образом, значение функции ΔC в точке r_k показывает какая часть пар точек находится на расстоянии r таком, что $L(r) = k$.

4. Значения корреляционной функции получаются из выражения

$$C(r_k) = \sum_{i=0}^k \Delta C(r_i). \quad (31)$$

5. На сетке вычисляются тангенсы углов наклона корреляционной функции в двойном логарифмическом масштабе

$$D(r_k) = \begin{cases} \frac{\ln C(r_k) - \ln C(r_{k-1})}{\ln r_k - \ln r_{k-1}}, & k_{\min} \leq k \leq l-1, \\ 0, & 0 \leq k \leq k_{\min}. \end{cases} \quad (32)$$

где $k_{\min} = \min_{1 \leq k \leq l-1} \{k : C(r_{k-1}) > 0\}$

6. Найденные значения $D(r_k)$, $k = \overline{k_{\min}, l-1}$ определяют оценку размерности аттрактора при данном r . Каждому наклону $D(r_k)$ присваивается вес $H_k = \ln r_k - \ln r_{k-1}$. Для оценки размерности последовательно перебираются все группы по три, по четыре наклона для соседних r_k в зависимости (32) и так далее. Пусть группа состоит из N наклонов: $D(r_w), \dots, D(r_{w+N-1})$. Тогда ей соответствует суммарный вес

$$H(w, N) = \sum_{k=w}^{w+N-1} H_k, \quad (33)$$

взвешенное среднее определяется выражением

$$d(w, N) = \sum_{k=w}^{w+N-1} \frac{H_k D(r_k)}{H(w, N)}, \quad (34)$$

взвешенное стандартное отклонение

$$\sigma(w, N) = \sqrt{\sum_{k=w}^{w+N-1} \frac{H_k (D(r_k) - d(w, N))^2}{H(w, N)}}. \quad (35)$$

В результате получаем следующую процедуру оценки размерности D . Начиная с $N = 3$ вычисляем

$$\varepsilon(N) = \min_{k_{\min} \leq w \leq l-N} \frac{\sigma(w, N)}{d(w, N)} = \frac{\sigma(w_N, N)}{d(w_N, N)}. \quad (36)$$

тогда

$$D = \begin{cases} d(w_3, 3), & \text{если } \varepsilon(3) > 0,05; \\ d(w_{N_1}, N-1), & \text{если } \varepsilon(N-1) \leq 0,05, \quad \varepsilon(N) > 0,05, \\ & 4 \leq N \leq l - k_{\min}; \\ d(w_{l-k_{\min}}, l - k_{\min}), & \text{если } \varepsilon(l - k_{\min}) \leq 0,05. \end{cases} \quad (37)$$

Выше предполагалось, что размерность фазового пространства задана. Но, если аттрактор восстанавливается по экспериментальным данным, то она является неизвестной. Поэтому размерность аттрактора D вычисляется при возрастающих размерностях фазового пространства $n = 2, 3, 4, \dots$. При этом размерность аттрактора также растет, но, начиная с некоторого $n = n_0$, в случае стохастической природы сигнала выходит на постоянный уровень $D \approx D_0$. Таким образом, получаются искомые оценки размерности динамической системы n_0 и размерности аттрактора D_0 .

3.5. Заключение

В заключение хотелось бы сказать несколько слов о возможных перспективах, связанных с использованием магнитной энцефалографии для изучения деятельности мозга. Основная сложность, которую здесь приходится преодолевать, связана с крайне низкими значениями измеряемого полезного сигнала и, как следствие, низкой величиной соотношения сигнал/шум. Традиционный способ решения этой проблемы состоит в усреднении сигнала по длине реализации, что может оказаться эффективным при регулярном характере сигнала и не приводит к желаемому результату для стохастических или спайкоподобных сигналов. В этом случае предложение адекватной модели системы может привести к решению проблемы, давая в руки исследователю априорную информацию о характере измеряемого сигнала. При этом уже качественное представление о процессе может быть полезным для разбиения записи на участки, соответствующие различным состояниям системы, для которых уже можно использовать процедуры усреднения. Здесь возникают задачи из области теории распознавания. Перспективным подходом к их решению может оказаться спектрально-корреляционный подход, позволяющий оптимизировать представления данных на основе наиболее подходящего функционального базиса (в том числе дискретного аргумента). Реализация быстрых процедур анализа (например, на основе подхода, описанного в [12]) позволит создать сканирующий фильтр для поиска паттернов в сигнале с необходимыми значениями признаков.

Что касается экспериментальной процедуры получения данных, здесь актуальным представляется комплексный подход, заключающийся в одновременном измерении нескольких альтернативных параметров, например, МЭГ и миограммы или электроэнцефалограммы (ЭЭГ). В этом случае второй массив данных может использоваться в качестве триггерного сигнала для МЭГ. Запись ЭЭГ при этом также может использоваться для поиска начальных приближений в обратных задачах локализации источников биомагнитной активности. Дополнительно к этому учет анатомических и нейрофизиологических ограничений позволит существенно сузить область процедуры поиска. В первую очередь это важно для сложных ситуаций с несколькими или распределенными источниками. В дополнение ко всему сказанному, комплексный характер задачи предопределяет необходимость разработки унифицированной информационной среды, позволяющей объединить различные подходы и эффективно их совместно использовать.

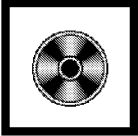
В качестве формальной основы такой технологии здесь можно предложить метод, изложенный в монографии [13].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 00-01-00417, № 01-01-00894, № 01-02-16127, № 01-07-90317, № 00-01-05000), проекта № 107 6-го конкурса молодых ученых РАН, CRDF (грант RB1-2027).

Литература

- [1] <http://www.impb.ru/cgi-local/impb.pl?page=brain.html.inc>
http://www.impb.ru/avi/Brain_rus.avi
- [2] Хакен Г. Информация и самоорганизация (Макроскопический подход к сложным системам). — М.: Мир, 1991
- [3] Рубин А. Б., Пытьева Н. Ф., Ризниченко Г. Ю. Кинетика биологических процессов. — М.: Изд-во МГУ, 1987
- [4] Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. Математическое моделирование в биофизике. — М.: Наука, 1975
- [5] Henry D. I. Abarbanel. Analysis of Observed Chaotic Data. — Shringler, 1995
- [6] Magnetism in Medicine: a handbook / Eds. Wilfried Andra and Hannes Nowak - I.ed. — Berlin; Weinheim; New York; Chichester; Brisbane; Singapore; Toronto: Wiley — VCH, 1998.
- [7] Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. — М.: Наука, 1984.
- [8] Дж. Ортега. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем. — М.: Мир, 1991
- [9] Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical Systems and Turbulence. Lecture Notes in Mathematics / Eds. D.A.Rand, L. S. Young. — Heidelberg: Springer-Verlag, 1981, p. 366–381
- [10] Grassberger P. Generalized dimensions of strange attractors // Phys. Lett. A, 1983, v. 97, p. 227–231
- [11] Grassberger P., Procaccia I. Estimation of the Kolmogorov entropy from a chaotic signal // Phys. Rev. A, 1983, v. 28, p. 2591–2593

- [12] Пономарева И. Д., Цепков Г. В. Сверхбыстрый спектральный анализ // Проблемы управления и информатики. — 1998, № 1, с. 107–114
- [13] Дедус Ф. Ф., Махортых С. А., Устинин М. Н., Дедус А. Ф. Обобщенный спектрально-аналитический метод. Задачи анализа изображений и распознавания образов. — М.: Машиностроение, 1999



Дополнительные презентационные и демонстрационные материалы, иллюстрирующие содержание главы, расположены на прилагаемом к книге компакт-диске (директория — *VOLUME_2\GLAVA_3*)

Цветные иллюстрации ко второй части

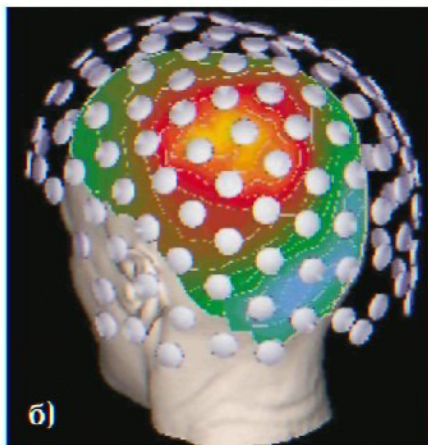
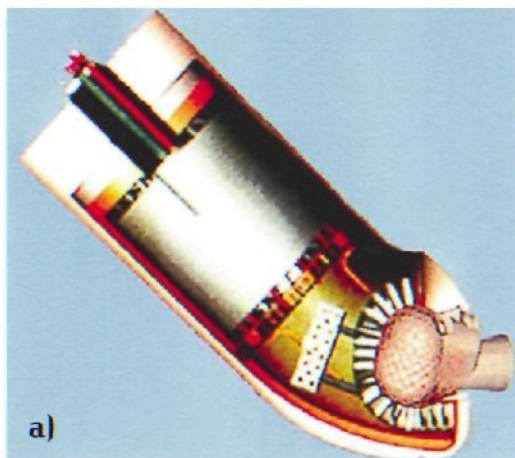


Рис. VIII. Схема размещения измерительного узла и пациента (а) и расположение каналов регистрации магнитного поля на голове пациента (б)

Цветные иллюстрации ко второй части

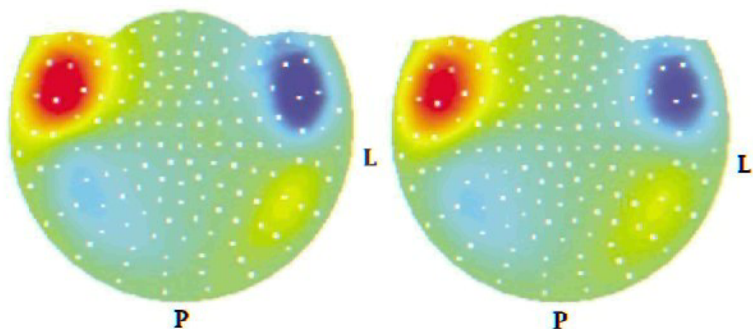


Рис. IX. Распределение магнитного поля по поверхности головы: слева - экспериментальные данные, справа - результат расчета для локализованного источника

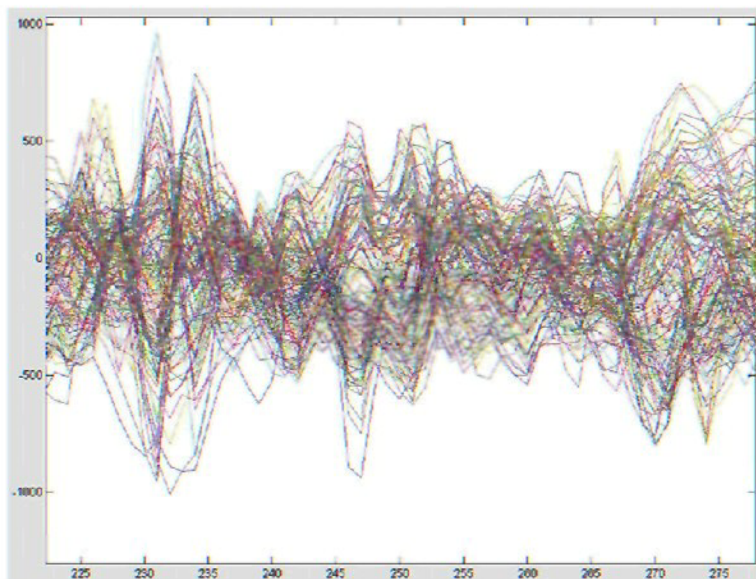


Рис. X. Фрагмент временной последовательности экспериментальных данных (показаны все 148 каналов регистрации, частота съема-2 мсек, поле измерено в фемтоТесла)